

الفصل الثالث

أتساع الخط

Line Broadening

1-3 الأتساع المتجانس Homogeneous Broadening

يتولد الليزر داخل المادة عند اطوال موجية محددة تساوي احد الاطوال الموجية لخطوط الطيف المنبعثة من المادة. ولتمثيل خطوط الطيف نرسم شدة الاشعاع الكهرومغناطيسي المنبعث من المادة كدالة مع التردد أو الطول الموجي.

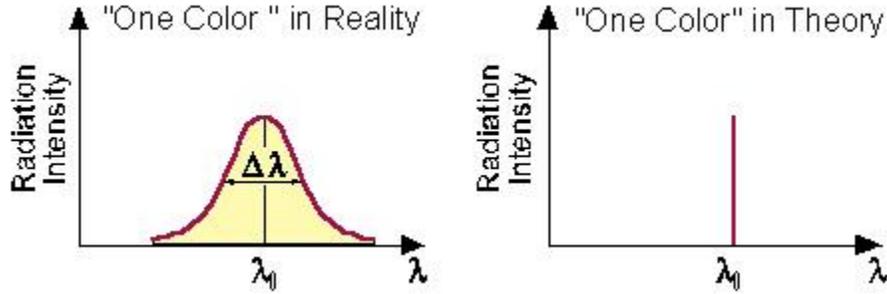
خط الانبعاث Emission line يوصف برسم شدة إشعاع الانبعاث التلقائي كدالة للتردد (أو الطول الموجي) ، للانتقال الليزري المعين.

افترضنا سابقاً أن الطيف المنبعث من الذرة المثارة يتركز فقط عند تردد وحيد وهو ν_0 والذي يدعى بتردد الرنين Resonance Frequency. ولكن في الحقيقة فإن عمليتي الامتصاص والانبعاث لا تحدثان عند تردد وحيد فقط ولكن عند حزمة من الترددات التي تشكل اتساع في الخط الطيفي $\Delta\nu$ وهذا الاتساع في الخط الطيفي Spectral Line يعتمد على الكثير من العوامل سنذكرها بالتفصيل في هذا الفصل.

1-1-3 أحادي اللون Monochromaticity

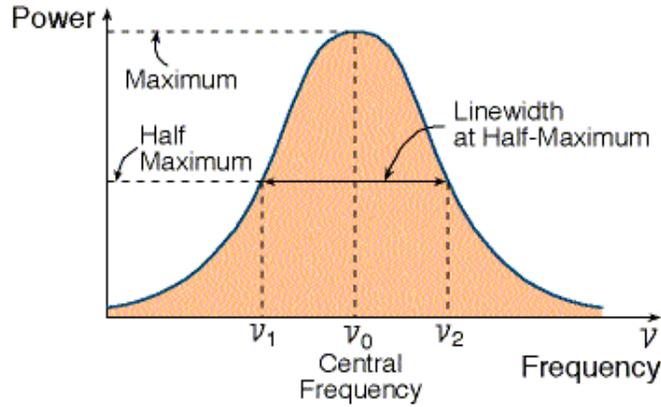
نظريا فإن مصطلح أحادي اللون يعني طول موجي محدد λ_0 ، وعند رسم منحني التغير في شدة الطيف المنبعث لمستوي الطاقة مع الطول الموجي ينتج خط يعرف بالخط الطيفي كما في الشكل (22) الموضح على الجانب الأيمن حيث أن شدة الأشعة عند اطوال موجية خارج λ_0 تساوي صفر. أما في الحقيقة فإن عند تمثيل العلاقة بين شدة الطيف المنبعث والطول الموجي نلاحظ أن للخط الطيفي

اتساع معين مقداره $\Delta\lambda$ يعرف بالعرض الطيفي Spectral Width بحيث تكون اعظم قيمة عند λ_0 وتتناقص على الأطوال الموجية المجاورة بجوار λ_0 كما في الشكل على الجانب الأيسر من الشكل (13) التوضيحي.



شكل (13): عرض الخط الطيفي (أشعة الليزر) نظريا و عمليا

وللتعبير عن شكل واتساع الخط الطيفي يمكن استخدام العديد من الطرق ولكن سنستخدم الطريقة الأكثر شيوعاً وهي الاتساع عند العرض عند منتصف الأرتفاع أي العرض الكلي عند منتصف القيمة العظمى Full Width at Half Maximum FWHM كما في الشكل (14) التالي:



شكل (14): توزيع القدرة مع التردد لخط طيف معين

2-1-3 أنتساع طبيعي Natural Broadening (أنتساع زمن العمر Lifetime Broadening)

لقد سلمنا بأن مستويات الطاقة (0,1) التي تعاملنا معها بأنها حادة تماماً أي أن قيمة الاحتمالية (الشك) يساوي صفر $\Delta E = 0$ لكل منها، وهذا يشكل تناقض مع مبدأ هايزنبرج للشك حيث أن من مبدأ الشك فإن الذرة المثارة إلى المستوى E_1 يجب ان تبقى زمن لانهائي حتى يكون الشك في تحديد مستوى الطاقة E_1 يساوي صفر.

مبدأ الدقة لهايزنبرغ Heisenberg uncertainty principle:

$$\Delta E \times \Delta T > h$$

$$\Delta E = h \times \Delta \nu$$

$$\Delta \nu > \frac{1}{\Delta t}$$

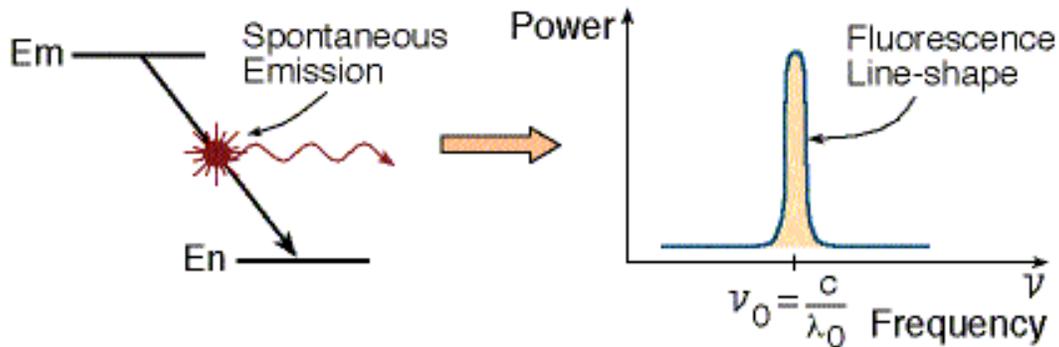
أمثلة عددية :

$$\Delta t = 10^{-8} [s] \quad \rightarrow \quad \Delta \nu = 10^8 [Hz]$$

$$\Delta t = 10^{-4} [s] \quad \rightarrow \quad \Delta \nu = 10^4 [Hz]$$

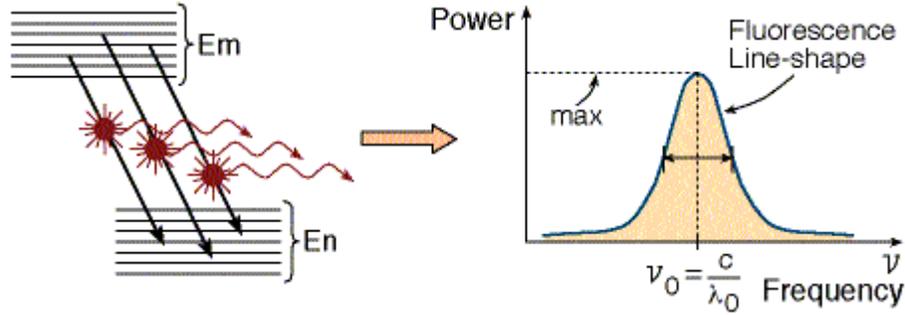
الكبر في زمن عمر الانتقال لمستوى طاقة محدد ، هو تضيق في عرض الخط له $\Delta \nu$.

نعلم أن الزمن الذي تبقى فيه الذرة في الحالة المثارة غير محدد بشكل لانهائي. فإذا اثرت ذرة إلى مستوى طاقة ما فسوف تبقى فيه فترة زمنية محددة ثم تعود إلى المستوى الارضي للطاقة Ground Level و تطلق فوتونات كما يظهر في الشكل (15).



شكل (15): خط الانبعاث بين مستويات الطاقة الضيقة (المثالية)

وللتغلب على هذا التناقض بين مبدأ الشك والعمر المحدود لبقاء الذرة مثارة نفرض أن مستويات الطاقة لها اتساع وأن الذرات تتوزع باحتمالية أكبر ما يمكن عند التردد ν_0 كما في الشكل (16) ، ولذلك فإن احتمالية الانتقال ν اقل من احتمالية ν_{21} لان احتمالية توزيع الذرات في منتصف مستوى حزمة الطاقة أكبر ما يمكن.



شكل (16):خط الانبعاث بين مستويات الطاقة العريضة (الواقعية)

باخذ متوسط زمن العمر المستوى τ Average life time لمستوى الطاقة كقياس للشك في الزمن Δt و يمكن تقدير اتساع الخط الطيفي نتيجة الاتساع الطبيعي Broadening Natural لمستوى طاقة i بالمعادلة التالية:

$$\Delta \nu_i = \frac{1}{2\pi\tau_i} \quad \dots\dots\dots(1)$$

عندما $\Delta \nu_i = 0$ للحالة الأرضية حيث $\tau_i = \infty$, الحالة العليا (الحالة المثارة) لها زمن عمر ضمن مدى $10^{-6} \sim 10^{-9}$ sec.

في الحالة لكلا المستويين تتضمن الأتساع لذا يتم إعطاء عرض الخط من خلال

$$\Delta \nu_{21} = \Delta \nu_1 + \Delta \nu_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

زمن العمر للحالة المثارة هو معاكس لأحتمالية الانبعاث التلقائي (A_{21}) أي أن

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \dots \dots \dots (3)$$

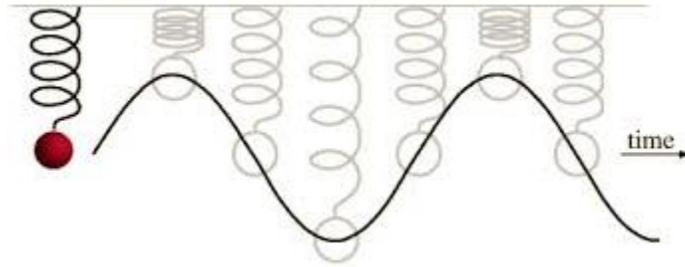
للحالة العامة

$$\tau = \frac{1}{\sum A_{21}} \dots \dots \dots (4)$$

ولاثبات أن اتساع الخط الطيفي نتيجة الاتساع الطبيعي **Natural Broadening** هو

$$\Delta \nu_i = \frac{1}{2\pi\tau_i} \dots \dots \dots (5)$$

تتبع الطريقة التالية:



شكل (17): الحركة التذبذبية لكتلة معلقة بنابض

نفترض كتلة تحمل شحنة سالبة مقدارها e (شحنة الكترون) مرتبطة كما في الشكل (17) بنابض و تتذبذب بتردد الرنين w resonance frequency. اذا اعطيت للكتلة المشحونة ازاحة صغيرة x من وضع الاتزان فإن اشعاع كهرومغناطيسي ينطلق نتيجة لتذبذب الكتلة المشحونة كما نعلم من النظرية الكهرومغناطيسية والتي تشير إلى أن الشحنة المعجلة تطلق اشعاع كهرومغناطيسي. وحيث اننا افترضنا ان الكتلة المشحونة مرتبطة بنابض فإنه يعمل على اخماد Damping الحركة التوافقية مما يؤدي إلى اضمحلال سعة الذبذبة كما في الشكل الموضح.

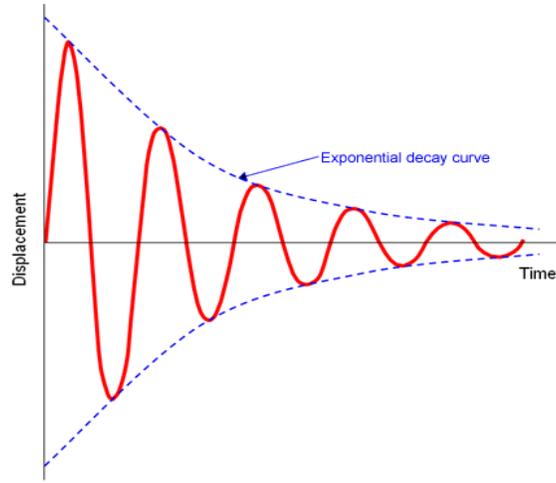
معادلة الحركة للنموذج السابق هي معادلة حركة توافقية مخمدة Damped oscillatory motion

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (6)$$

وحل هذه المعادلة التفاضلية هو

$$x = a_0 e^{-\left(\frac{\gamma}{2}\right)t} \cos \omega_0 t \quad \dots \dots \dots (7)$$

ويمكن كتابتها في صورة مشابهة لمعادلة الحركة التوافقية البسيطة مع الاخذ في عين الاعتبار أن سعة الاهتزاز Amplitude في هذه الحالة هو دالة اسية مع الزمن , أنظر الشكل (18).



شكل (18): تذبذب مع وجود عملية توهين (أخماد)

$$x = a(t) \cos \omega_0 t \quad \dots \dots \dots (8)$$

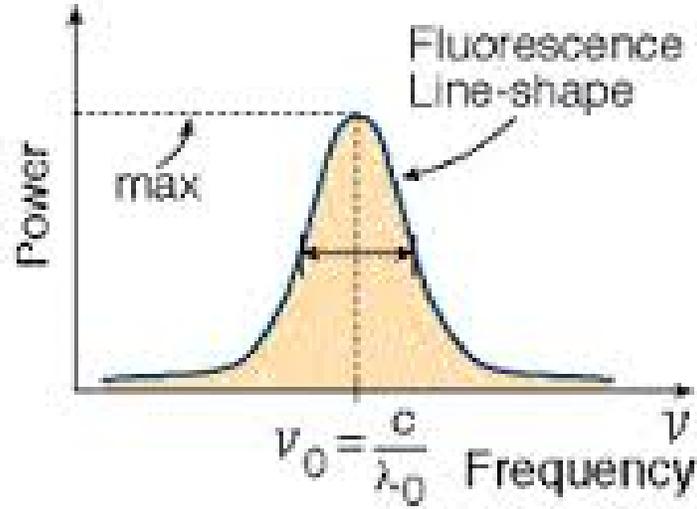
$$a(t) = a_0 e^{-\left(\frac{\gamma}{2}\right)t} \quad \text{and} \quad \omega_0 = 2\pi \nu_0$$

حيث γ تدعى معدل الأخماد وهي بوحدة sec^{-1} و ω_0 هو تردد الرنين الزاوي.

وباستخدام تحليل فوريير Fourier analysis نحصل على دالة توزيع الترددات التي تعطي احتمالية وجود تردد w كما في المعادلة التالية:

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\frac{\gamma}{2})^2} \dots\dots\dots (9)$$

و المعادلة السابقة هي معادلة عامة للتوزيع المتجانس. يتمثل المعادلة بياناً نحصل على الشكل (19) التالي:



شكل (19): توزيع القدرة مع التردد

حيث يوضح الشكل ان أكبر احتمالية لحدوث انبعاث عند التردد ω_0 وذلك لأن شدة الانبعاث أكبر ما يمكن و تقل الاحتمالية كلما بعدنا عن التردد ω_0

عند مركز الخط فإنه

$$\omega = \omega_0 \quad , \quad g(\omega_0) = \frac{2}{\pi\gamma}$$

عند ارتفاع النصف يكون

$$g(\omega) = \frac{g(\omega_0)}{2} = \frac{1}{\pi\gamma} = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma}{\delta\omega^2 + (\frac{\gamma}{2})^2} \dots\dots (10)$$

$$\delta\omega = \frac{\gamma}{2} \quad \text{نحصل على أن}$$

من الشكل (19) نستنتج أن :

$$\Delta\omega (FWHM) = 2\delta\omega = \gamma \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\Delta\omega_n = \gamma$$

بالتعويض في المعادلة (10) نحصل على

$$g(\omega) = \frac{\Delta\omega_n}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta\omega_0}{2}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

وحيث أننا عمليا نقيس التردد إذا يمكن كتابة المعادلة بدلالة ν

$$g(\nu) = \frac{\Delta\nu_n}{2\pi} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_n}{2}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

والمعادلة الأخير هي دالة لورنتز Lorentzian function

$$\Delta\nu_n = \frac{\gamma}{2\pi} \quad \text{عرض خط الطيف}$$

معدل الأخاد γ له علاقة بعرض الخط منتصف الشدة $\Delta\nu_n$ و الذي له وحدة s^{-1} , لذلك فإن:

$$\gamma = \frac{1}{\tau_i}$$

ضيق $\Delta\nu$ مرتبطة بفترة الأخاد أو بفترة زمن العمر بينما اتساع $\Delta\nu$ مرتبطة بفترة الأخاد أو بفترة زمن العمر.

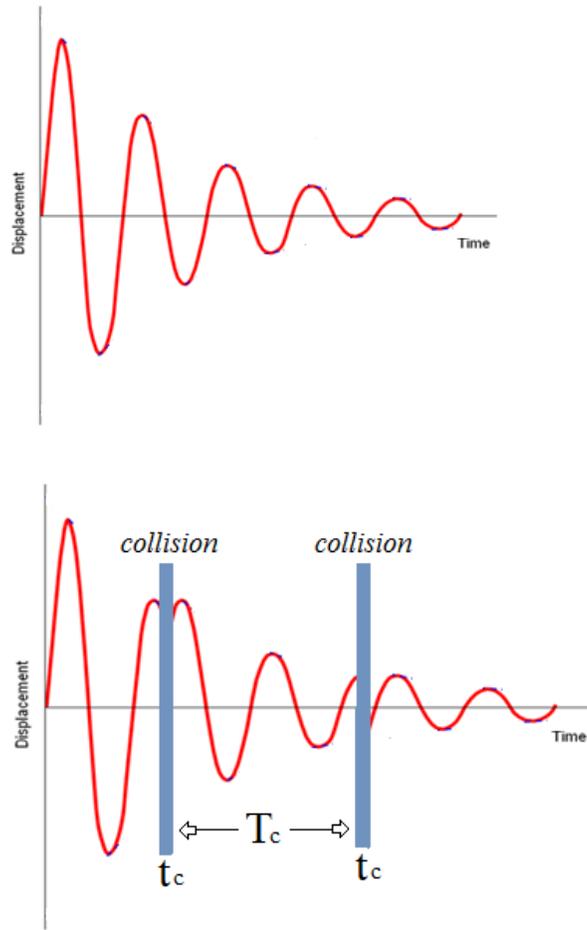
$$\Delta\nu_i = \frac{1}{2\pi\tau_i}$$

$g(\nu)$ دالة تعطي احتمالية حدوث الانتقال عند تردد ما. و $\Delta\nu$ هي منتصف القيمة العظمى للأحتمالية وتسمى اتساع الخط الطيفي

3-1-3 أنتساع طبيعي Natural Broadening

(أنتساع التصادم Collision Broadening)

ينتج عن التصادمات المرنة بين الذرات الباعثة للأشعاع الكهرومغناطيسي بعضها ببعض ويتسبب التصادم في انقطاع التسلسل الموجي المنبعث من الذرة وهذا الانقطاع يدوم لفترة قصيرة جدا 10^{-13} sec مما يسبب احداث قفزات عشوائية في طور التسلسل الموجي كما في الشكل (20) التالي.



شكل (20): تأثير التصادمات على طول الموجة المنبعثة

تكون المحصلة النهائية لهذه التصادمات هو اتساع في مدى الترددات المنبعثة من الذرات المتصادمة حول التردد الأصلي ν_0 وفي هذه الحالة فإن الدالة التي تعطي شكل الخط الطيفي هي كما في المعادلة (13)، و الشرط الأساسي لهذه المعادلة هو أن يكون الزمن بين التصادمات τ_c أكبر بكثير من زمن التصادم نفسه أي أن:

$$\tau_c \gg t_c$$

حيث τ_c هو الوقت بين الاصطدامات و t_c هو زمن التصادم.

$\Delta\nu$ أتساع الخط الطيفي بسبب مدى زمن العمر الطبيعي و العملية الائتلافية coalitional process لهذا فأن:

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi} (A_1 + A_2 + 2\nu_{coll}) \dots \dots \dots (14)$$

حيث: ν_{coll} هو معدل التصادم

A_1 و A_2 هما معدلي عمر المستويين الاول و الثاني على التوالي.

فإذا كان $2\nu_{coll} \gg A_1 + A_2$ فأن:

$$\Delta\nu = \frac{\nu_{coll}}{\pi} \dots \dots \dots (15)$$

وهذا يعطي الاتساع نتيجة للتصادمات وقد تم اهمال الاتساع نتيجة العمر المحدود لمستويات الطاقة وذلك لصغر قيمته في أغلب أنواع الليزر بالمقارنة بالاتساع الناتج عن التصادمات بين الذرات.

2-3 الاتساع الغير متجانس Non-homogeneous Broadening

درسنا تأثير العمر المحدود لمستويات الطاقة على اتساع الخط الطيفي Natural Broadening، وفي هذه الفقرة سنقوم بدراسة تأثير ظاهرة دوبلر على اتساع الخط الطيفي.

كما نعلم أن ظاهرة دوبلر هي تغير في التردد المقاس نتيجة الحركة النسبية بين المصدر والمراقب، مثل الصوت الذي نسمعه لدي مرور سيار اسعاف مسرعة بالنسبة لنا، فعندما يتحرك المصدر باتجاه مراقب ثابت فإن التردد المقاس بواسطة المراقب يزداد وعندما يبتعد المصدر عن المراقب الثابت يصبح التردد المقاس أقل من تردد المصدر في حالة سكون.

1-2-3 ظاهرة دوبلر Doppler Phenomena

تحدث ظاهرة دوبلر للذرات الباعثة للطيف الكهرومغناطيسي حيث أن الذرات في حالة حركة مستمرة اثناء الانبعاث الضوئي ولهذا فإن المراقب الذي يقيس تلك الترددات [المطياف (Spectrometer)] سوف يقيس ترددات مختلفة حسب ما إذا كانت الذرات مقتربة من المطياف أو مبتعدة عنه. والترددات المقاسة تعتمد على السرعة النسبية للذرات بالنسبة للمطياف كما في معادلة دبلر التالية:

$$v = v_0 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \dots\dots\dots(16)$$

يمكن التمييز بين مجموعة من الذرات على حسب سرعاتها فلو اختلفت مجموعة في سرعتها فإن الترددات المنبعثة منها تختلف وبالتالي نستطيع تمييز الترددات نتيجة لأختلاف السرعات. ومن النظرية العامة للغازات فإن احتمالية انتماء ذرة إلى مجموعة من الذرات سرعتها تنحصر في المدى v الى $v+dv$ يمكن إيجادها من توزيع ماكسويل بولتزمان كما يلي:

$$\frac{dN}{N} = \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}} dv \dots\dots\dots (17)$$

حيث dN عدد الذرات الكلي لها سرعة في مدى v إلى $v+dv$
 N العدد الكلي للذرات
 m كتلة الذرة

T درجة الحرارة بالكلفن عند التوازن الحراري

وبالتالي فإن احتمالية أن تكون سرعة الذرة واقعة في المدى v الى $v+dv$ يمكن التعبير عنها بالدالة $g(v) dv$ كدالة للتردد

$$g(v)dv = \frac{dN}{N} = \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}} dv \quad \dots \dots \dots (18)$$

وحيث أن الترددات المنبعثة من الذرة نتيجة للانتقال بين مستويي الطاقة 1 و 2 سوف يكون معتمداً على سرعة الذرة من خلال معادلة دوبلر على النحو في المعادلة (16)، و تدل الإشارة الموجبة على حالة الأقتراب و السالبة على حالة الأبتعاد.

سنقوم الآن بإيجاد علاقة بين السرعة v والتردد ν وذلك للتعويض في المعادلة (18) و عند أخذ حالة الاقتراب (الإشارة الموجبة) تصبح كما يلي:

$$\nu = \nu_0 \pm \frac{\nu_0 v}{c} \rightarrow \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v}{c} \quad \dots \dots \dots (19)$$

$$v = c \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right) \quad \dots \dots \dots (20)$$

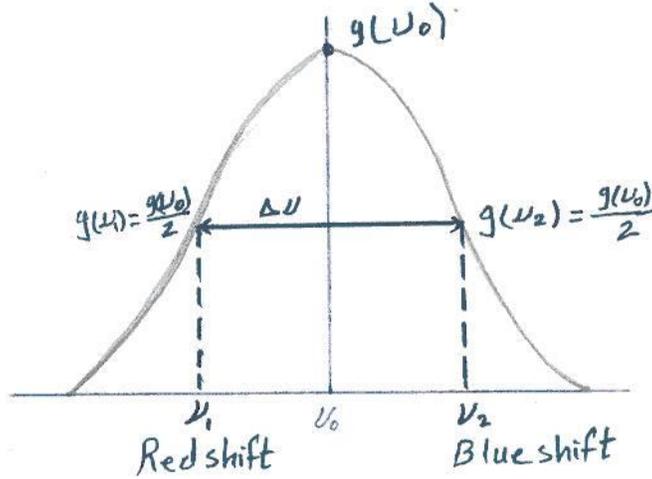
ولذا فإن

$$dv = \frac{c}{\nu_0} d\nu \quad \dots \dots \dots (21)$$

بالتعويض في المعادلة (18) عن v و dv نحصل على

$$g(\nu) d\nu = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{mc^2}{kT} \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^2} d\nu \quad \dots \dots \dots (22)$$

وهذه المعادلة تسمى دالة كاوس Gaussian Function والتي تعطي الانساع في الخط الطيفي نتيجة ظاهرة دوبلر و الشكل (21) يوضح الانساع المطلوب إيجاد قيمته.



شكل (21): دالة كاوس

بالتعويض في المعادلة السابقة (22) عن التردد ν_0 ومن الشكل أيضا نلاحظ أن عند التردد ν_1 هو نصف قيمة الدالة عند التردد ν_0

وعليه نحصل على المعادلتين التاليتين

$$g(\nu_0) = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(23)$$

$$g(\nu_1) = \frac{g(\nu_0)}{2} = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{mc^2}{kT} \left(\frac{\nu_1 - \nu_0}{\nu_0} \right)^2} \dots\dots(24)$$

بالقسمة المعادلتين (23) و (24) نحصل على المعادلة التالية:

$$\frac{g(\nu_1)}{g(\nu_0)} = \frac{1}{2} = e^{-\frac{1}{2} \frac{mc^2}{kT} \left(\frac{\nu_1 - \nu_0}{\nu_0} \right)^2} \dots\dots\dots(25)$$

للتخلص من الدالة الاسية نأخذ اللوغارتم للطرفين فنحصل على المعادلة التالية:

$$\ln 2 = \frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{v_1 - v_0}{v_0} \right)^2 \dots \dots \dots (26)$$

وهذا فإن

$$\frac{v_1 - v_0}{v_0} = \left(\frac{2kT \ln 2}{mc^2} \right)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (27)$$

وحيث أن من الشكل (20) للمنحني اتساع دوبلر فإن

$$v_1 - v_0 = \frac{\Delta v_D}{2} \dots \dots \dots (28)$$

$$\Delta v_0 = 2(v_1 - v_0) = 2v_0 \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{mc^2}} \dots \dots \dots (29)$$

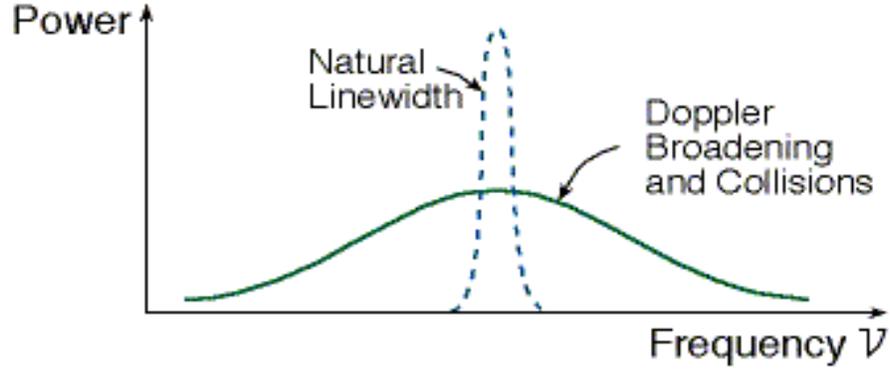
بالتعويض عن الثوابت نحصل على مدى الاتساع الناتج عن ظاهرة دوبلر

$$\Delta v_0 \cong 7 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{m}} \dots \dots \dots (30)$$

لاحظ أن مدى الاتساع يتناسب طردياً مع التردد الأصلي للطيف المنبعث وعليه فإن ظاهرة دوبلر تؤثر على الترددات الكبيرة مثل الانبعاث الكهرومغناطيسي في مدى اللون الأزرق أو أكثر، أما الترددات في مدى اللون الأحمر أو أقل فإن ظاهرة دوبلر لاتلعب دوراً أساسياً في الاتساع. كما أن الاتساع نتيجة ظاهرة دوبلر يزداد بزيادة درجات الحرارة ويقل بزيادة الكتلة.

2-2-3 مقارنة بين اتساع دوبلر و اتساع الضغط (أتساع التصادم)

الشكل (22) يوضح مقارنة بين الاتساع الطبيعي و اتساع دوبلر في الليزر.



شكل (22): مقارنة بين الاتساع الطبيعي و اتساع دوبلر في الليزر

في دوبلر يمكننا التميز بين مجموعة وأخرى من الذرات حسب سرعاتها، أما في الاتساع الطبيعي (Pressure و Life time) فلا يوجد تمييز بين مجموعة من الذرات وأخرى. وفي حالة الاتساع الغير متجانس فإن التكبير لليزر يحدث فقط بواسطة مجموعة محددة من الذرات أما في الاتساع المتجانس فإن كل الذرات تشارك في عملية التكبير لانتاج الليزر.